

Závislost odporu vodičů a polovodičů na teplotě

Jméno: Milan Ševčík
Datum měření: 10.4.2013

Měřicí potřeby

- elektromagnetická míchačka
- RLC měřič E317
- digitální teploměr
- vodič v olejové lázni
- polovodič v olejové lázni

Obecná část

Závislost odporu vodičů na teplotě

Při zahřívání vodiče se zvyšuje počet srážek elektronů s ionty krystalové mřížky kovu a tím se snižuje střední rychlost volných elektronů. Následkem je zmenšení intenzity elektrického proudu, i přes udržování konstantního napětí na koncích vodiče. Z Ohmova zákona je pak patrně, že odpor vodiče v rozmezích středních teplot roste lineárně podle vztahu $R = R_0(1 + \alpha(t - t_0))$, kde R je odpor při teplotě t , R_0 odpor při teplotě $t_0 = 0^\circ\text{C}$, α je teplotní součinitel odporu (pro kovy platí: $\alpha > 0$).

Závislost odporu polovodičů na teplotě

Energetické spektrum polovodiče je složeno z valenčního a vodivostního pásu. Tyto dva pásy jsou od sebe oddělené pásem zakázaných energií $E_g = E_{\text{vod}} - E_{\text{val}}$. S rostoucí teplotou roste pravděpodobnost výskytu elektronů ve vodivostním pásu a tím i elektrická vodivost polovodiče. Termistory jsou teplotně závislé odpory z polovodičových materiálů s velkým teplotním koeficientem odporu. Většina termistorů pracuje s tepelným vybuzením nosičů proudu a proto mají teplotní koeficient odporu záporný. Takové termistory se označují NTC (Negative Thermal Coefficient). U termistorů PTC (Positive Thermal Coefficient) má teplota v určitém teplotním oboru vliv jen na pohyblivost nosičů a proto odpor s teplotou roste podobně jako u kovů. Pro teplotní závislost odporu termistorů NTC platí vztah $R = R_a e^{-B(1/T_a - 1/T)}$, kde R_a je odpor termistoru při absolutní teplotě T_a , B je konstanta související s aktivační energií nosičů náboje a se složením a zpracováním použitého polovodičového materiálu. Derivováním tohoto vztahu pak dostaneme $\alpha = -\frac{B}{T^2}$.

Postup měření

Měření odporu vodiče

Měřený vzorek je ponořen do vychlazené olejové lázně, kterou zahříváme a mícháme na elektromagnetické míchačce. Konce vodiče připojíme na svorky RLC měřiče. Do baňky ponoříme měřicí hrot digitálního teploměru. Do tabulky zapisujeme 10 hodnot měřeného odporu po každé změně teploty o 3°C .

Měření odporu polovodiče

Měřený vzorek je ponořen do vychlazené olejové lázně, kterou zahříváme a mícháme na elektromagnetické míchačce. Konce vodiče připojíme na svorky RLC měřiče. Do baňky ponoříme měřicí hrot digitálního teploměru. Do tabulky zapisujeme hodnoty měřeného odporu po každé změně teploty o 2°C v teplotním rozmezí 40°C .

Pracovní úkol

A. Vodič

- 1) Proměřte závislost odporu vodiče na teplotě tak, že změříte 10 hodnot odporu s teplotním krokem tři stupně.
- 2) Spočítejte průměrnou hodnotu teplotního součinitele odporu a jeho směrodatnou chybu (viz kapitola „Chyby měření“ v úvodní části skript). Výsledek zapište ve tvaru $\bar{\alpha} \pm \delta \alpha$ a správně zaokrouhlete (viz „Chyby měření“, odst. E).
- 3) Naměřenou závislost $R(t)$ znázorněte graficky a spočítejte rovnici této přímkové závislosti lineární regresí (viz „Chyby měření“, odst. D). Z koeficientů rovnice ($R = kt + q$) určete srovnáním s rovnicí $R = R_0(1 + \alpha(t - t_0))$ součinitel α a odpor R_0 . Obě hodnoty teplotního součinitele odporu porovnejte s tabulkovou hodnotou.

B. Polovodič

- 1) Proměřte odpor termistoru v teplotním rozmezí 40°C s teplotním krokem 2°C . Sestrojte graf závislosti odporu na teplotě $R(t)$.
- 2) Dále sestrojte graf závislosti $\ln R$ na $1/T$ a spočítejte lineární regresí rovnici této přímkové závislosti. Porovnáním se zlogaritmovaným vztahem $R = R_a e^{-B(1/T_a - 1/T)}$ určete konstantu B a odpor termistoru R_0 při teplotě 0°C .
- 3) Podle vztahu $\alpha = -\frac{B}{T^2}$ spočítejte pro teplotu 0°C teplotní součinitel odporu α .

Naměřené hodnoty a zpracování výsledků

Vodič

$t_i [^\circ\text{C}]$	$R_i [\Omega]$	$t_{i+5} [^\circ\text{C}]$	$R_{i+5} [\Omega]$	$\alpha_i [\text{K}^{-1}]$	$\alpha_i - \bar{\alpha} [\text{K}^{-1}]$	$(\alpha_i - \bar{\alpha})^2 [\text{K}^{-2}]$
6	8,70	21	9,16	0,0036	$-1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-8}$
9	8,79	24	9,25	0,0036	$-1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-8}$
12	8,90	27	9,37	0,0037	0	0
15	8,99	30	9,48	0,0034	$-3 \cdot 10^{-4}$	$9 \cdot 10^{-8}$
18	9,10	33	9,61	0,0040	$3 \cdot 10^{-4}$	$9 \cdot 10^{-8}$

$$\alpha_i = \frac{R_{i+5} - R_i}{R_i t_{i+5} - R_{i+5} t_i} = \frac{9,16 - 8,70}{8,70 \cdot 21 - 9,16 \cdot 6} = 0,0036 \text{ K}^{-1}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\sum_i \alpha_i}{i} = \frac{0,0036 + 0,0036 + 0,0037 + 0,0034 + 0,0040}{5} = 0,0037$$

$$\alpha_i - \bar{\alpha} = 0,0036 - 0,0037 = -1 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$$

$$(\alpha_i - \bar{\alpha})^2 = (0,0036 - 0,0037)^2 = 1 \cdot 10^{-8} \text{ K}^{-2}$$

Směrodatná chyba průměrné hodnoty teplotního koeficientu odporu:

$$\delta \alpha = \sqrt{\frac{\sum_i (\alpha_i - \bar{\alpha})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 4}} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$$

$$\alpha = \bar{\alpha} \pm \delta \alpha = 37 \cdot 10^{-4} \pm 1 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$$

Určení rovnice lineární regresní funkce $R=kt+q$:

$$\bar{t} = \frac{\sum_i t_i}{n} = \frac{195}{10} = 19,5^\circ\text{C}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_i R_i}{n} = \frac{91,35}{10} = 9,135\ \Omega$$

$$k = \frac{\sum_i (t_i - \bar{t}) R_i}{\sum_i (t_i - \bar{t})^2} = \frac{24,315}{742,5} = 0,033$$

$$q = \bar{R} - k \bar{t} = 9,135 - 0,033 \cdot 19,5 = 8,492$$

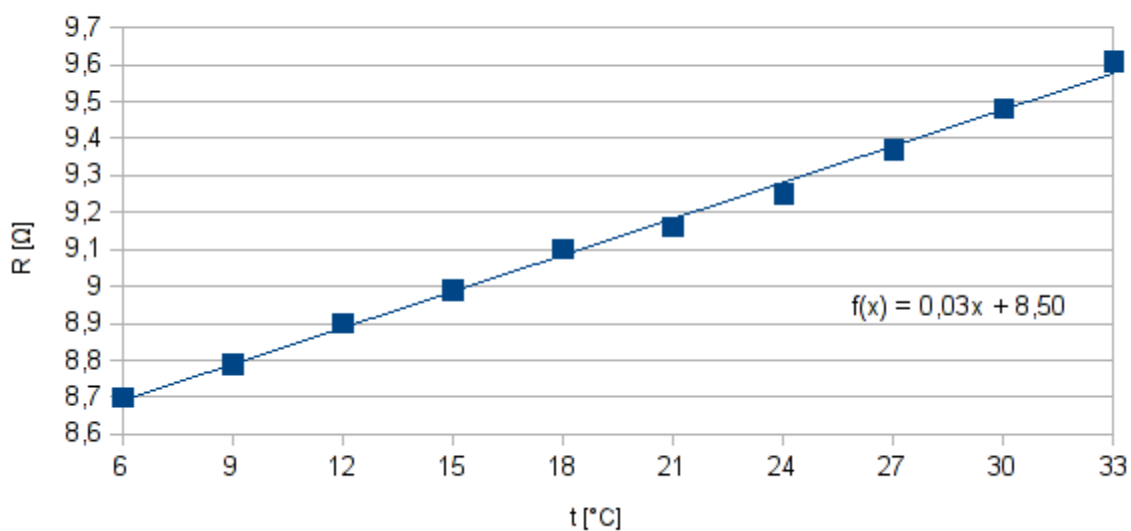
Rovnice přímky $R = 0,033t + 8,492$.

Srovnání vypočtené přímky s $R = R_0(1 + \alpha(t - t_0))$:

$$R_0 = q = 8,492\ \Omega$$

$$\alpha = \frac{k}{R_0} = \frac{0,033}{8,492} = 0,0039\ \text{K}^{-1}$$

Závislost odporu vodiče na teplotě



Polovodič

$t_i [^{\circ}\text{C}]$	$R_i [\Omega]$	$T_i [\text{K}]$	$1/T_i [\text{K}^{-1}]$	$\ln R_i$
9	54,1	282,15	0,00354	3,99
11	51,8	284,15	0,00350	3,95
13	49,5	286,15	0,00349	3,90
15	47,6	288,15	0,00347	3,86
17	45,6	290,15	0,00345	3,82
19	43,9	292,15	0,00342	3,78
21	42,1	294,15	0,00340	3,74
23	40,4	296,15	0,00338	3,70
25	39,0	298,15	0,00335	3,66
27	37,5	300,15	0,00333	3,62
29	36,1	302,15	0,00331	3,59
31	34,8	304,15	0,00329	3,55
33	33,6	306,15	0,00327	3,51
35	32,5	308,15	0,00325	3,48
37	31,3	310,15	0,00322	3,44
39	30,4	312,15	0,00320	3,41
41	29,4	314,15	0,00318	3,38
43	28,5	316,15	0,00316	3,35
45	27,6	318,15	0,00314	3,32
47	26,7	320,15	0,00312	3,28
49	25,9	322,15	0,00310	3,25

$$\frac{1}{T_i} = \frac{1}{282,15} = 0,0035 \text{ K}^{-1}$$

$$\ln R_i = \ln 54,1 = 3,99$$

Určení rovnice lineární regresní funkce $\ln R = \frac{k}{T} + q$:

$$\overline{1/T} = \frac{\sum_i 1/T_i}{n} = \frac{0,06961}{21} = 0,00331 \text{ K}^{-1}$$

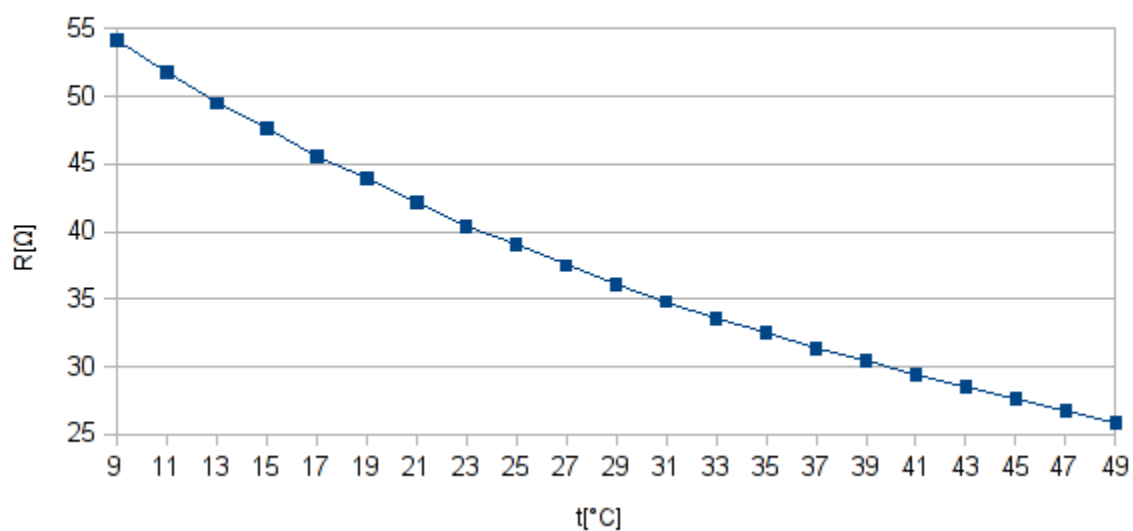
$$\overline{\ln R} = \frac{\sum_i \ln R_i}{n} = \frac{75,61}{21} = 3,60$$

$$k = \frac{\sum_i (1/T_i - \overline{1/T}) \ln R_i}{\sum_i (1/T_i - \overline{1/T})^2} = \frac{6,22 \cdot 10^{-4}}{3,72 \cdot 10^{-7}} = 1672,45$$

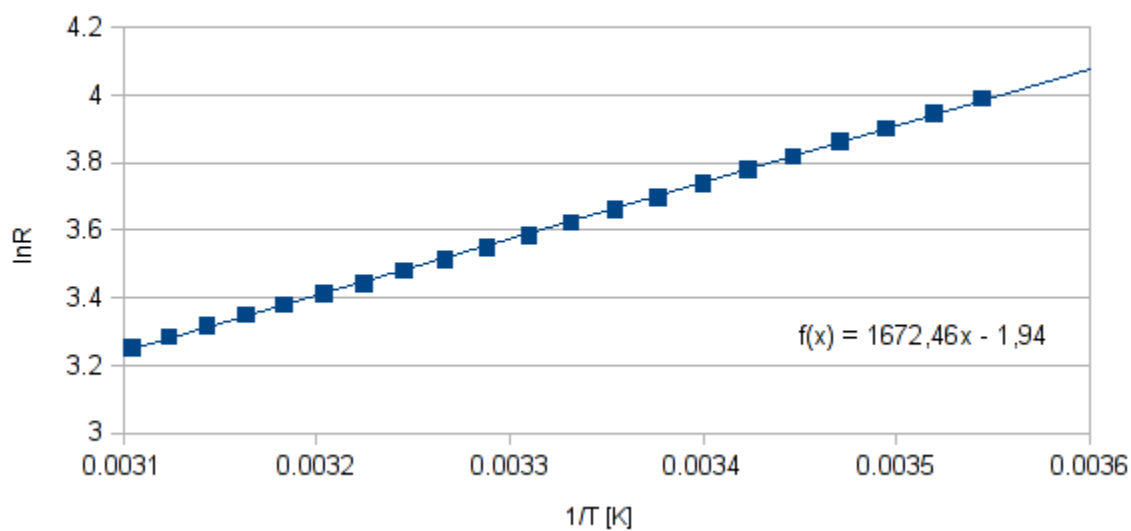
$$q = \overline{\ln R} - k \cdot \overline{1/R} = 3,60 - 1672,45 \cdot 0,00331 = -1,94$$

$$\text{Rovnice přímky } \ln R = \frac{1672,45}{T} - 1,94$$

Graf závislosti odporu polovodiče na teplotě



Graf závislosti lnR na 1/T u polovodiče



$$R_a = e^{\ln R_a} = e^{\frac{k}{T_a} - q} = e^{\frac{1672,42}{273,15} - 1,94} = e^{4,18} = 65,37 \Omega$$

$$B = -\frac{\overline{\ln R}}{\ln R_a (1/T)} = -\frac{3,60}{4,18 \cdot 3,31 \cdot 10^{-3}} = 260,19$$

$$\alpha = -\frac{B}{T_a^2} = -\frac{260,19}{273,15^2} = 0,0035 \text{ K}^{-1}$$

Závěr

Teplotní koeficient odporu vodiče, vypočtený z naměřených hodnot $\alpha = (37 \pm 1) \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ vyšel velmi blízko hodnotě tohoto koeficientu vypočtené z regresní rovnice ($\alpha = 39 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$). Porovnáním s tabulkovými hodnotami můžeme odhadnout, že vodič v baňce s olejem byl pravděpodobně z mědi, neboť teplotní koeficient odporu mědi je $\alpha = 43,3 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ a této hodnotě se vypočtené koeficienty nejvíce blíží.

U polovodiče vyšla konstanta $B = 260,19$. Odpor tohoto polovodiče při teplotě $T_a = 273,15 \text{ K}$ vyšel $R_a = 65,37 \Omega$ a teplotní koeficient odporu $\alpha = 35 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.