

# Měření tepelné vodivosti

Jméno: Milan Ševčík  
Datum měření: 27.2.2013

## Měřicí potřeby

- střídavý zdroj s regulačním autotransformatorem
- elektromagnetická míchačka
- skleněná kádinka s olejem
- zařízení k měření tepelné vodivosti se třemi vzorky z různých materiálů
- digitální multimetr V553
- termočlánek železo – konstantan
- teploměry
- voltmetr
- ampérmetr
- termoizolační nádoba pro chladicí lázeň (směs vody a ledu)

## Obecná část

Ustáleným vedením tepla se nazývá přenos tepelné energie mezi dvěma částmi tělesa, které jsou udržované na rozdílných teplotách.

Tepelná vodivost udává množství tepla, které projde za jednotku doby krychlí o jednotkové hraně mezi dvěma protilehlými stěnami, mezi nimiž je rozdíl  $1^{\circ}\text{C}$ , jsou-li ostatní stěny krychle dokonale izolovány. V soustavě SI je jednotkou tepelné vodivosti:

$$[\lambda]_{SI} = \text{Jm}^{-1} \text{s}^{-1} \text{K}^{-1} = \text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$$

K měření rozdílů teplot se využívá termočlánek. Ten je vytvořen pevným spojením drátů ze dvou druhů kovu (kov1 – kov2 – kov1). Budou-li mít spoje kovů rozdílnou teplotu a budeme mít zapojený galvanoměr, bude v tomto uzavřeném obvodu procházet proud způsobený termoelektrickými silami. Tyto termoelektrické síly vznikají ze dvou příčin. První příčinou je difúze volných elektronů, následkem čehož vznikne spád elektrického potenciálu. Potenciální rozdíl je pro každý materiál jiný, proto v uzavřeném obvodu termočlánu vznikne síla rovná rozdílu těchto napětí. Druhou příčinou je závislost kontaktního rozdílu potenciálů na teplotě. Tento rozdíl potenciálů vzniká při spojení dvou kovů s rozdílnou výstupní prací elektronů. V důsledku pak mohou elektrony z kovu s menší výstupní prací přecházet snadněji do druhého kovu. Na kovu s menší výstupní prací pak vzniká kladný náboj, na druhém kovu pak záporný. Pokud jsou spoje termočlánu umístěny do lázní o různých teplotách, pak se kontaktní rozdíl potenciálů v teplém spoji bude lišit od rozdílu ve studeném spoji a vzniklá termoelektrická síla bude dána jejich rozdílem. Ze změn elektrického napětí tedy můžeme usuzovat změnu teploty.

## Postup měření

Nejdříve jsme zkalibrovali použitý termočlánek, čímž jsme určili vztah mezi rozdílem teplot obou spojů a odpovídajícím termoelektrickým napětím. Kalibrace probíhala takto: Na elektromagnetickou míchačku s plotýnkou jsme postavili kádinku s vychlazeným olejem, do kterého jsme následně ponořili teploměr a jeden konec termočlánu. Druhý konec termočlánu byl pak umístěn v termosce s vodou o konstantní teplotě. Dále jsme připojili dráty od termočlánu k digitálnímu multimetru tak, aby jeho displej ukazoval záporné hodnoty, neboť olej byl studenější než voda. Poté jsme zapnuli míchání a topení elektromagnetické míchačky a sledovali displej multimetru. V okamžiku, kdy se hodnota rovnala nule, nastavili jsme teploměr, tak aby od teploty tohoto okamžiku ukazoval teplotní rozdíl. Do připravené tabulky jsme pak při dalších patnácti nárůstech rozdílu o  $1^{\circ}\text{C}$

zaznamenali hodnotu z multimetru. Z těchto hodnot jsme pak sestrojili graf, který jsme následně proložili lineární regresní funkcí, kterou jsme v dalším měření používali jako kalibrační křivku.

Při vlastním měření jsme dráty připojili topný článek ke střídavému zdroji a při tom jsme měřili ampérmetrem a voltmetrem velikost procházejícího proudu a napětí. Pro dosažení ustáleného stavu jsme vytápěli termočlánek po dobu asi 4 minut vyšším výkonem při napětí  $U = 6 \text{ V}$ . Poté jsme napětí snížili na  $3 \text{ V}$  pro hliník případně  $3,5 \text{ V}$  pro mosaz. Po snížení napětí jsme v minutových intervalech odečítali hodnoty na multimetru a zaznamenávali je do tabulky. Měření skončilo, když se hodnota na multimetru nezměnila po dobu tří minut.

## Pracovní úkol

- 1) Okalibrujte termočlánek v rozmezí teplotních rozdílů  $0 \div 15^\circ\text{C}$ .
- 2) Sestrojte (doma) závislost termoelektrického napětí na rozdílu teplot. Závislostí proložte přímkou pomocí lineární regrese.
- 3) Změřte a vypočítejte tepelnou vodivost dvou vzorků z různých materiálů.
- 4) Stanovte směrodatné chyby naměřených hodnot a konečných výsledků. Výsledky uveďte ve standardním tvaru  $\lambda = \dots \pm \dots [\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}]$ .

## Naměřené hodnoty a zpracování výsledků

Tabulka 1 obsahuje hodnoty naměřené při kalibraci termočlánu.

rozdíl teplot [ $^\circ\text{C}$ ]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
napětí termočlánu [mV]	0	0,06	0,08	0,09	0,14	0,18	0,22	0,26	0,33	0,37	0,42	0,48	0,56	0,59	0,65	0,72

Tabulka 1

Nyní je potřeba z těchto hodnot vytvořit kalibrační křivku pomocí lineární regrese, kterou lze vyjádřit ve tvaru:  $y = kx + q$ , kde  $y$  je napětí termočlánu a  $x$  rozdíl teplot z předchozí tabulky a  $k$ ,  $q$  jsou parametry regresní funkce.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{i} = \frac{5,150}{16,000} = 0,322$$

$$k = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{16,205}{340,00} = 0,048$$

$$q = \bar{y} - k \bar{x} = 0,322 - 0,048 \cdot 7,500 = -0,038$$

Rovnice regresní funkce tedy je:  $y = 0,048x - 0,038$ .

Teplotní rozdíly pak z této regresní funkce získáme vztahem:  $t_A - t_B = \frac{U + 0,038}{0,048}$

Dále jsme ze skript zjistili tyto hodnoty:  $l = (100,0 \pm 0,1) \text{ mm}$ ,  $D = (10,0 \pm 0,1) \text{ mm}$

Třídy přesnosti přístrojů:

voltmetr – třída přesnosti 2,5%, používaný rozsah  $10 \text{ V}$ , tj.  $\delta U = \pm 0,250 \text{ V}$

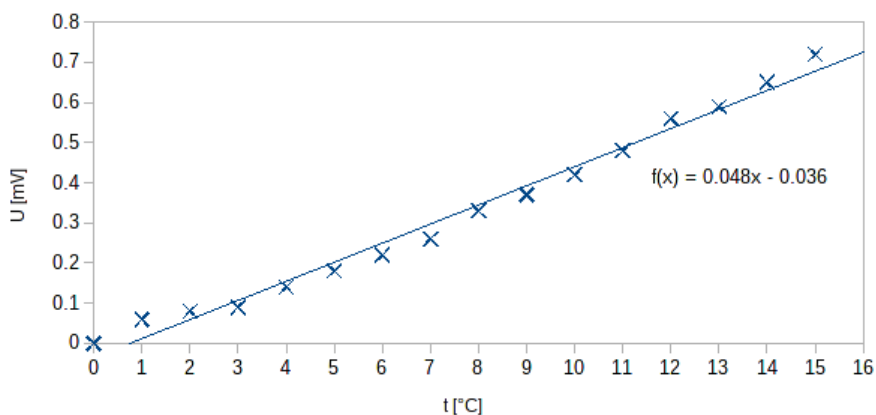
ampérmetr – třída přesnosti 0,5%, používaný rozsah  $1 \text{ A}$ , tj.  $\delta I = \pm 0,005 \text{ A}$

teploměr – udaná přesnost  $\delta t = \pm 0,1^\circ\text{C}$ , při měření, je však hodnota pokaždé odečtena

dvakrát, a proto ve výpočtech bude počítáno s  $\delta t = \pm 0,2^\circ\text{C}$

chyba při dosazení zaokrouhleného iracionálního čísla  $\pi = 3,14 \pm 0,01$ .

Graf závislosti termoelektrického napětí na rozdílu teplot



Nakonec spočítáme konstanty tepelné vodivosti pro jednotlivé materiály.

### Hliník

čas [min]	1	2	3	4	5	6	7
napětí termočlánu [mV]	0,56	0,49	0,46	0,44	0,43	0,43	0,43
$t_A - t_B$ [°C]	12,50	11,03	10,40	9,98	9,77	9,77	9,77

Tabulka měření hliníkového termočlánu

Dále jsme změřili napájecí napětí  $U_n = 3,5\text{ V}$  a proud  $I_n = 0,36\text{ A}$ , které spolu s ostatními hodnotami dosadíme do vzorce.

$$\lambda_{\text{hliník}} = \frac{U_n I_n l}{S(t_A - t_B)} = \frac{4U_n I_n l}{\pi D^2(t_A - t_B)} = \frac{4 \cdot 3,50 \cdot 0,36 \cdot 0,10}{3,14 \cdot 10^{-4} \cdot 9,77} = 164\text{ Wm}^{-1}\text{ K}^{-1}.$$

Nyní můžeme stanovit relativní chyby:

$$\text{napětí } U_n = (3,50 \pm 0,25)\text{ V}$$

$$\xi U_n = \frac{\delta U_n}{U_n} = \frac{0,3 \cdot 0,25}{3,50} \approx 0,021 = 2,1\%$$

$$\text{proud } I_n = (0,360 \pm 0,005)\text{ A}$$

$$\xi I_n = \frac{\delta I_n}{I_n} = \frac{0,3 \cdot 0,005}{0,360} \approx 0,004 = 0,4\%$$

$$\text{rozdíel teplot } t_A - t_B = (9,77 \pm 0,20)^\circ\text{C}$$

$$\xi(t_A - t_B) = \frac{\delta(t_A - t_B)}{t_A - t_B} = \frac{0,3 \cdot 0,20}{9,77} \approx 0,006 = 0,6\%$$

$$\text{vzdálenost spojů } l = (100,0 \pm 0,1)\text{ mm}$$

$$\xi l = \frac{\delta l}{l} = \frac{0,3 \cdot 0,1}{100,0} \approx 0,0003 = 0,03\%$$

$$\text{průměr vzorku } D = (10,0 \pm 0,1)\text{ mm}$$

$$\xi D = \frac{\delta D}{D} = \frac{0,3 \cdot 0,1}{10,0} \approx 0,003 = 0,3\%$$

$$\text{číslo } \pi = (3,14 \pm 0,01)$$

$$\xi \pi = \frac{\delta \pi}{\pi} = \frac{0,01}{3,14} \approx 0,003 = 0,3\%$$

Výpočet chyby vodivosti:

$$\xi \lambda_{\text{hlinik}} = \sqrt{(\xi U_n)^2 + (\xi I_n)^2 + (\xi l)^2 + (\xi \pi)^2 + (2 \xi D)^2 + (\xi (t_A - t_B))^2} = \sqrt{0,021^2 + 0,004^2 + 0,0003^2 + 0,003^2 + 0,006^2 + 0,006^2} = \sqrt{0,000538} \approx 0,0232 \approx 2,32 \%$$

$$\delta \lambda_{\text{hlinik}} = \lambda_{\text{hlinik}} \cdot \xi \lambda_{\text{hlinik}} = 164 \cdot 0,0232 \approx 4 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

### Mosaz

čas [min]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
napětí termočlánku [mV]	0,67	0,63	0,59	0,57	0,55	0,54	0,54	0,53	0,53	0,52	0,52	0,52
$t_A - t_B$ [°C]	14,80	13,96	13,13	12,71	12,29	12,08	12,08	11,87	11,87	11,66	11,66	11,66

Tabulka pro měření mosazného termočlánku

Dále jsme změřili napájecí napětí  $U_n = 3 \text{ V}$  a proud  $I_n = 0,31 \text{ A}$ , které spolu s ostatními hodnotami dosadíme do vzorce.

$$\lambda_{\text{mosaz}} = \frac{U_n I_n l}{S(t_A - t_B)} = \frac{4 U_n I_n l}{\pi D^2 (t_A - t_B)} = \frac{4 \cdot 3,00 \cdot 0,31 \cdot 0,10}{3,14 \cdot 10^{-4} \cdot 11,66} = 102 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}.$$

Nyní můžeme stanovit relativní chyby:

$$\text{napětí } U_n = (3,00 \pm 0,25) \text{ V} \quad \xi U_n = \frac{\delta U_n}{U_n} = \frac{0,3 \cdot 0,25}{3,00} \approx 0,025 = 2,5 \%$$

$$\text{proud } I_n = (0,310 \pm 0,005) \text{ A} \quad \xi I_n = \frac{\delta I_n}{I_n} = \frac{0,3 \cdot 0,005}{0,310} \approx 0,005 = 0,5 \%$$

$$\text{rozdíl teplot } t_A - t_B = (11,66 \pm 0,20) ^\circ\text{C} \quad \xi(t_A - t_B) = \frac{\delta(t_A - t_B)}{t_A - t_B} = \frac{0,3 \cdot 0,20}{11,66} \approx 0,005 = 0,5 \%$$

$$\text{vzdálenost spojů } l = (100,0 \pm 0,1) \text{ mm} \quad \xi l = \frac{\delta l}{l} = \frac{0,3 \cdot 0,1}{100,0} \approx 0,0003 = 0,03 \%$$

$$\text{průměr vzorku } D = (10,0 \pm 0,1) \text{ mm} \quad \xi D = \frac{\delta D}{D} = \frac{0,3 \cdot 0,1}{10,0} \approx 0,003 = 0,3 \%$$

$$\text{číslo } \pi = (3,14 \pm 0,01) \quad \xi \pi = \frac{\delta \pi}{\pi} = \frac{0,01}{3,14} \approx 0,003 = 0,3 \%$$

Výpočet chyby vodivosti:

$$\xi \lambda_{\text{mosaz}} = \sqrt{(\xi U_n)^2 + (\xi I_n)^2 + (\xi l)^2 + (\xi \pi)^2 + (2 \xi D)^2 + (\xi (t_A - t_B))^2} = \sqrt{0,025^2 + 0,005^2 + 0,0003^2 + 0,003^2 + 0,006^2 + 0,005^2} = \sqrt{0,000720} \approx 0,0268 \approx 2,68 \%$$

$$\delta \lambda_{\text{mosaz}} = \lambda_{\text{mosaz}} \cdot \xi \lambda_{\text{mosaz}} = 102 \cdot 0,0268 \approx 3 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

## Závěr

V následující tabulce je možné porovnat naměřené a vypočtené koeficienty tepelné vodivosti s tabulkovými hodnotami.

	Spočtené koeficienty tepelné vodivosti [Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]	Tabulkové hodnoty [Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
Hliník	164±4	180÷240
Mosaz	102±3	74÷86

V porovnání jsou vidět rozdíly mezi naměřenými a tabulkovými hodnotami. Tyto rozdíly jsou pravděpodobně způsobeny měřením v nedokonalých podmínkách (možný výskyt tepelných ztrát) a také lidským faktorem.